LUCRAREA 12

ANGRENAJE CONICE. FORȚE NOMINALE ŞI FORȚE REALE

1. Scopul lucrării

Determinarea forțelor care se dezvoltă la transmiterea puterii printr-un angrenaj conic.

2. Elemente teoretice

Rolul angrenajelor conice este de a transmite puterea între doi arbori cu axe concurente. Dacă la arborele de ieşire este solicitată puterea P_2, la arborele de intrare va fi necesară o putere P_1:

$$P_1 = P_2 \cdot \frac{1}{\eta_k \cdot \eta_{rul}^2} \tag{1}$$

în care: η_k este randamentul angrenajului conic care, funcție de soluția constructivă, precizia de execuție şi condițiile de lubrificație poate avea valori η_k=(0,95...0,97), iar η_{rul} este randamentul perechii de rulmenți care asigură susținerea unui arbore, $\eta_{rul} \approx 0{,}99$.

Dacă ω_1 şi ω_2 sunt vitezele unghiulare ale fiecărui arbore raportul de transmitere al angrenajului conic este: $i_k = \omega_1/\omega_2$, iar momentele de torsiune vor fi: $T_1 = P_1/\omega_1$ şi $T_2 = P_2/\omega_2$ unde: P_1, P_2 în W, ω_1, ω_2 în rad/s, iar T_1, T_2 în $N \cdot m$.

2.1. Parametrii specifici danturii conice în secțiunea de calcul a forțelor

Definirea şi calculul forțelor din angrenajul conic se face în secțiune mediană, adică pe diametrul mediu d_m, conform schemei din figura 2.

Modulul mediu m_m şi diametrul median d_m sunt:

$$m_m = \frac{m}{1 + 0{,}5 \cdot \Psi_{Rm}} \tag{2}$$

$$d_{m1} = m_m \cdot z_1, \qquad d_{m2} = m_m \cdot z_2 \tag{3}$$

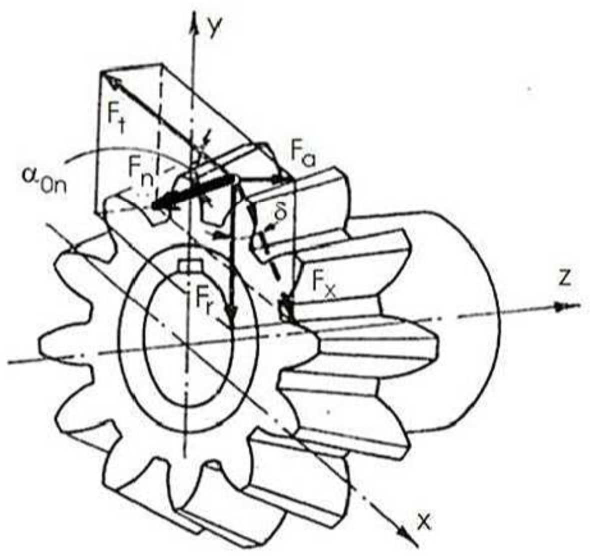
în care: m este modulul standard pe conul exterior al danturii, iar $\Psi_{Rm} = b/R_m$ este lăţimea relativă a danturii cu b – lăţimea danturii şi R_m – lungimea medie a generatoarei de divizare.

2.2. Forţe nominale la angrenajul conic cu dinţi drepţi

Forţa de interacţiune F_n dintre flancurile celor doi dinţi aflaţi în angrenare este privită ca o forţă concentrată acţionând pe conul median, la mijlocul lăţimii dintelui şi având direcţia normalei comune a suprafeţelor flancurilor din punctul de contact. Se consideră planul P_r format de punctul de contact şi axa roţii conice respective. Pentru uşurinţa calculelor se descompune forţa de interacţiune într-o componentă tangenţială F_t perpendiculară pe planul P_r şi o componentă F_x aflată în planul P_r şi perpendiculară pe generatoarea conului de divizare, figura 1 şi figura 2. Componenta F_x la rândul ei se descompune într-o componentă radială F_r şi o componentă axială F_a. Deci:

$$\vec{F_n} = \vec{F_t} + \vec{F_r} + \vec{F_a} \qquad (4)$$

Din cele trei componente ale interacţiunii F_n numai componenta tangenţială produce moment de torsiune în raport cu axa roţii, condiţie din care se şi determină valoarea modulului forţei tangenţiale. Mărimile modulelor celorlalte componente se determină pe cale trigonometrică în funcţie de modulul forţei F_t, figura 1 şi figura 2.



$$\alpha_{0n} = \sphericalangle\left(\vec{F_n}, \vec{F_t}\right)$$

$$F_n = F_t / \cos\alpha_{0n}$$

$$F_x = F_t \cdot \mathrm{tg}\,\alpha_{0n}$$

$$\delta = \sphericalangle\left(\vec{F_r}, \vec{F_x}\right)$$

Fig. 1 *Descompunerea forţei normale pe dinte la roata conică*

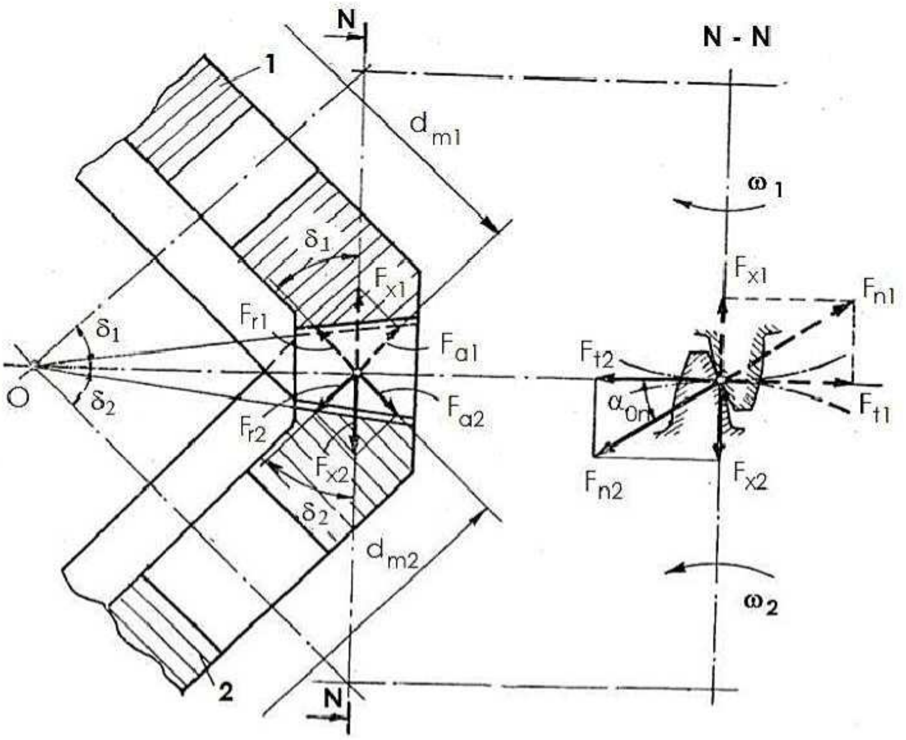


Fig. 2 *Componentele forțelor în angrenajul conic*

2.3. *Relațiile de calcul pentru componentele forței normale*

Forța tangențială (se determină din condiția de transmitere a puterii):

$$F_{t1} = 2 \cdot \frac{T_1}{d_{m1}}, \qquad F_{t2} = 2 \cdot \frac{T_2}{d_{m2}} \qquad (5)$$

Componenta F_x: $\quad F_{x1} = F_{t1} \cdot \mathrm{tg}\alpha_{0n}, \qquad F_{x2} = F_{t2} \cdot \mathrm{tg}\alpha_{0n} \qquad (6)$

Forța radială:

$$F_{r1} = F_{x1} \cdot \cos\delta_1 = F_{t1} \cdot \mathrm{tg}\alpha_{0n} \cdot \cos\delta_1$$
$$F_{r2} = F_{x2} \cdot \cos\delta_2 = F_{t2} \cdot \mathrm{tg}\alpha_{0n} \cdot \cos\delta_2 \qquad (7)$$

Forța axială:

$$F_{a1} = F_{x1} \cdot \sin\delta_1 = F_{t1} \cdot \mathrm{tg}\alpha_{0n} \cdot \sin\delta_1$$
$$F_{a2} = F_{x2} \cdot \sin\delta_2 = F_{t2} \cdot \mathrm{tg}\alpha_{0n} \cdot \sin\delta_2 \qquad (8)$$

Forța normală $\quad F_{n1} = F_{t1} / \cos\alpha_{0n}, \qquad F_{n2} = F_{t2} / \cos\alpha_{0n} \qquad (9)$

care verifică relația: $\quad F_n = \sqrt{F_t^2 + F_r^2 + F_a^2} \qquad (9')$

2.4. Forțe reale

Forțele reale sunt calculate funcție de forțele nominale prin luarea în considerare a efectelor dinamice suplimentare generate de dinamicitatea sarcinii, dinamicitatea internă a angrenajului şi de concentrarea sarcinii pe dinte:

$$F_{real} = F_{nominal} \cdot K_{real} \tag{10}$$

Factorul K_{real} se stabileşte pentru fiecare tip de solicitare a dintelui:
– la *solicitarea de contact* dintre flancuri:

$$K_{real_H} = K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha} \tag{11}$$

– la *solicitarea de încovoiere* față de baza dintelui:

$$K_{real_F} = K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \tag{12}$$

unde:

K_A – factorul de dinamicitate extern (de utilizare) adoptat similar ca la angrenajul cilindric (vezi Lucrarea 10 „*Angrenaje cilindrice. Forțe nominale şi forțe reale*");

K_V – factorul dinamic intern, determinat de imperfecțiunile de execuție, se apreciază în funcție de viteză (turație), tipul danturii (dreaptă sau înclinată) şi duritatea materialului utilizând relațiile indicate în [1]-[4]:

$$K_V = \begin{cases} 0{,}96 + 0{,}00032 \cdot n_1 & \text{– pentru dinți drepți şi } HB_{1(2)} < 3500 \text{ MPa;} \\ 0{,}97 + 0{,}00014 \cdot n_1 & \text{– pentru dinți drepți şi } HB_{1(2)} > 3500 \text{ MPa;} \\ 0{,}98 + 0{,}00011 \cdot n_1 & \text{– pentru dinți înclinați şi } HB_{1(2)} < 3500 \text{ MPa;} \\ 0{,}96 + 0{,}00007 \cdot n_1 & \text{– pentru dinți înclinați şi } HB_{1(2)} > 3500 \text{ MPa;} \end{cases} \tag{13}$$

în care: n_1 – turația pinionului conic, în rot/min;

$K_{H\beta}, K_{F\beta}$ – factorii de repartiție a sarcinii pe lățimea danturii se determină funcție de coeficientul de lățime ψ_{dm} dat de relația:

$$\psi_{dm} = \frac{\psi_{Rm}}{2 \cdot \sin \delta_1} \tag{14}$$

(cu δ_1 semiunghiul conului de divizare la pinion), treapta de precizie a angrenajului şi poziția roților față de reazeme din tabelul 1, iar $K_{F\beta} = K_{H\beta}$;

$K_{H\alpha}, K_{F\alpha}$ – factori de repartiție frontală a sarcinii la solicitarea de contact, respectiv încovoiere determinați din tabelul 4 (vezi Lucrarea 10) în care factorul influenței lungimii minime de contact este:

Z_{ε} = 0,95 la danturi drepte sau înclinate cu $\psi_{dm} \leq$ 0,5

Z_{ε} = 0,88 pentru $\psi_{dm} >$ 0,5 (15)

Tabelul 1 *Factorul* $K_{H\beta}$ *la angrenaje conice cu* $HB_{1(2)}$ > 3500 MPa

Poziția roților față de reazeme	Dantura bombată	Treapta de precizie după criteriul de contact între dinți	Relația de calcul $K_{H\beta}$
Ambele roți între reazeme	Da	5 – 6	$0,1 \cdot \Psi_{dm}+1$
		7 - 8	$0,2 \cdot \Psi_{dm}+1$
		9 - 10	$0,3 \cdot \Psi_{dm}+1$
	Nu	5 – 6	$0,3 \cdot \Psi_{dm}+1$
		7 - 8	$0,5 \cdot \Psi_{dm}+1$
		9 - 10	$0,7 \cdot \Psi_{dm}+1$
Una dintre roți în consolă	Da	5 – 6	$0,2 \cdot \Psi_{dm}+1$
		7 - 8	$0,4 \cdot \Psi_{dm}+1$
		9 - 10	$0,5 \cdot \Psi_{dm}+1$
	Nu	5 – 6	$0,5 \cdot \Psi_{dm}+1$
		7 - 8	$0,7 \cdot \Psi_{dm}+1$
		9 - 10	$1 \cdot \Psi_{dm}+1$

Observații:

Pentru angrenajele cu cel puțin o roată cu HB ≤ 3500 MPa se adoptă $K_{H\beta}$ = 0,5 (1 + $K_{H\beta_tabel}$); Dacă ambele roți sunt în consolă $K_{H\beta}$ = 1,1$K_{H\beta_tabel}$ cu valoarea adoptată din tabel pentru cazul cu o singură roată în consolă.

3. Instalația experimentală și modul de lucru

Fiecare grup de lucru primește câte un angrenaj conic, demontat dintr-un *reductor* acționat de un motor electric asincron, figura 3.

1) Se execută schița forțelor nominale dezvoltate în angrenaje.
2) Se realizează schema cinematică a transmisiei cu roți conice.

4. Prelucrarea și interpretarea rezultatelor experimentale

a) Se consideră geometria danturii conice calculată la Lucrarea 11 *„Reconstituirea elementelor geometrice ale unui angrenaj conic cu dinți drepți"* (modulul standard *m*, numărul de dinți ai roții plane z_p, lungimea exterioară a generatoarei de divizare R_e, semiunghiul conului de divizare la pinion δ_1).

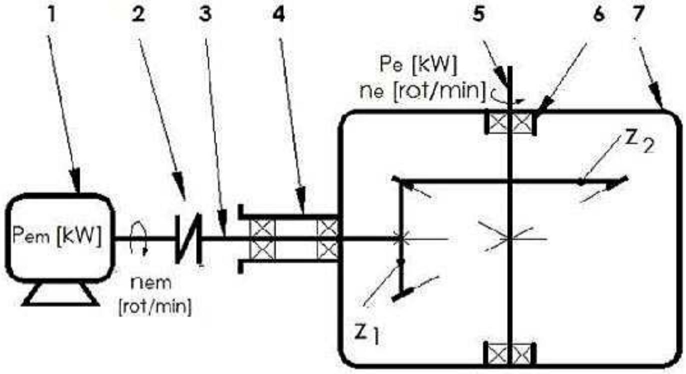


Fig. 3 *Schema cinematică a unui reductor cu roţi dinţate conice*

b) Se determină lungimea medie a generatoarei de divizare R_m cu relaţia:

$$R_m = R_e - 0{,}5 \cdot b \tag{16}$$

c) Se determină:
- coeficientul de lăţime ψ_{Rm} cu relaţia (14),
- modulul median m_m,
- diametrele mediane ale celor două roţi conice d_{m1}, d_{m2} cu relaţiile (3),
- turaţia şi puterea electromotorului de acţionare în funcţie de turaţia şi puterea impuse ca necesare la ieşirea reductorului.

d) Se determină valorile forţelor nominale din angrenajul conic.

e) Considerând aplicaţia primită (destinaţia transmisiei, antrenarea transmisiei, execuţia angrenajului, poziţia roţilor, turaţia pinionului) se apreciază valorile forţelor reale pentru solicitarea de contact.

f) Se apreciază valorile forţelor reale pentru solicitarea de încovoiere.

g) Se interpretează valorile obţinute pentru forţele reale în raport cu valorile nominale.

Bibliografie

1. Creţu, S., Hagiu, Gh., Grigoraş, Ş., Leohchi, D., Hantelmann, M., Bălan, R., 1992, *Proiectarea angrenajelor*, Rotaprint Iaşi.
2. Gafiţanu, M., Creţu, S., Pavelescu, D., ş.a., 1983, *Organe de maşini*, vol. II, Editura Tehnică, Bucureşti.
3. Rădulescu, Gh., Miloiu, Gh., Gheorghiu, N., Muntean, C., Vişa, F., Ionescu, N., popovici, V., Dobre, Gh., Raşeev, M., 1986, *Îndrumar de proiectare în construcţia de maşini*, vol. III, Ed. Tehnică, Bucureşti.
4. Velicu, D., Moldovean, Gh., Velicu, R., 2004, *Proiectarea angrenajelor conice şi hipoide*, Editura Universităţii Transilvania, Braşov.